

УТВЕРЖДАЮ

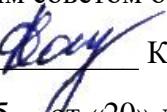
Ректор Молодчик А.В.

(приказ № 368 от «24» декабря 2024 г.)

Одобрено Ученым советом

(протокол № 5 от «24» декабря 2024 г.)

Согласовано Студенческой ассоциацией  
(объединенным советом обучающихся)

Президент  Кожемякина Д.Д.

(протокол № 5 от «20» декабря 2024 г.)

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

является единой для всех направлений и форм обучения

Челябинск,

2024

## **ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **1. ЦЕЛЬ ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Программа вступительного испытания по математике является единой для всех направлений (специальностей) и форм обучения. Настоящая программа разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования по математике (базовый и профильный уровни) и предназначена для абитуриентов, поступающих в «Южно-Уральский технологический университет».

Цель вступительного испытания по математике – определить уровень подготовленности абитуриентов по предмету «Математика», необходимый для освоения программы бакалавриата (специалитета).

### **2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ**

Тесты составлены в соответствии с программой средней общеобразовательной школы и включают в себя основные разделы учебного курса.

Для сдачи вступительных испытаний абитуриент должен обладать элементарным комплексом знаний.

В процессе вступительных испытаний по математике абитуриенты должны обнаруживать способность:

- Выполнять арифметические операции с обыкновенными дробями с однозначным знаменателем и числителем;
- Переходить от одной записи чисел к другой, представлять десятичную дробь в виде обыкновенной и в простейших случаях, обыкновенную в виде десятичной;
- Выполнять арифметические действия с рациональными числами, сравнивать рациональные и действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; находить значения числовых выражений;
- Решать текстовые задачи, включая задачи, связанные с отношением и с пропорциональностью величин, дробями и процентами;
- Осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое; выражать из формул одну переменную через остальные;
- Выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и с алгебраическими дробями; выполнять разложение многочлена на множители; выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
- Применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразования числовых выражений, содержащих квадратные корни;
- Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы;
- Решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы;
- Изображать числа точками на координатной прямой;
- Определять координаты точки на плоскости, строить точки с заданными координатами; изображать множество решений линейного неравенства;
- Распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов;
- Находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком, по ее аргументу; находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;
- Определять свойства функции по ее графику; применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств;
- Описывать свойства изученных функций, строить их графики.

- Изображать геометрические фигуры, различать их взаимное расположение;
- Изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи; осуществлять преобразование фигур;
- Вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов), в том числе: для углов от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  определять значения тригонометрических функций по заданным значениям углов; находить значения тригонометрических функций по значению одной из них, находить стороны, углы и площади треугольников, длины ломанных, дуг окружности, площадей основных геометрических фигур и фигур, составленных из них;
- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности их использования;
- Решать простейшие планиметрические задачи в пространстве;
- Решать простейшие стереометрические задачи.

### **3. ПРАВИЛА И ПРОЦЕДУРА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Продолжительность вступительного испытания по математике 1 час (60 минут).

На проведение инструктажа выделяется время до 15 минут, которое не включается в продолжительность выполнения экзаменационной работы.

Абитуриент прослушивает внимательно инструктаж, проводимый организаторами в аудитории. Получает от организатора вариант тестовых заданий. Получает дополнительно бланк черновика. Вступительные испытания проводятся в форме компьютерного тестирования.

### **4. СТРУКТУРА ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ**

Тест состоит из 30 вопросов. Каждый вопрос с выбором ответа, из которых только один является верным.

Каждое задание оценивается от 3 до 5 баллов. Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале.

Пример:

Треугольник АВС вписан в окружность с центром О. Угол ВАС равен  $32^\circ$ . Найдите угол ВОС.

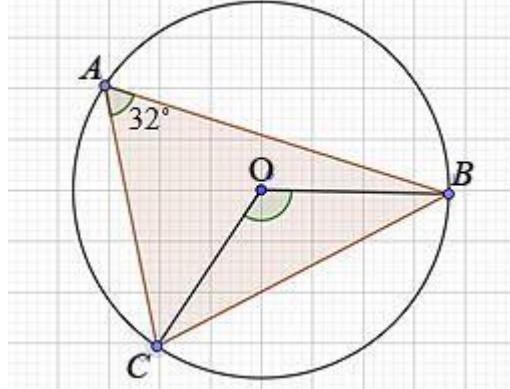
Ответ дайте в градусах.

Варианты ответа:

1. 64
2. 32
3. 16
4. 128

Пояснение:

Выполним рисунок к задаче:



$\angle COB$  – центральный угол,  $\angle COB = \text{дуге } CB$

$\angle CAB$  – вписанный угол,  $\angle CAB = \frac{1}{2} \text{ дуги } CB$

Тогда  $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB$

$$\frac{1}{2} \angle COB = 32^\circ$$

$$\angle COB = 64^\circ$$

Правильный ответ указан под номером 1.

## **5. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ**

### *Арифметика, алгебра и начала анализа*

1. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
2. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
3. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
4. Логарифмы и их свойства.
5. Одночлен и многочлен.
6. Многочлен с одной переменной. Формула для вычисления корней квадратного уравнения.
7. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
8. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
9. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах.
10. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -члена и суммы первых  $n$  членов арифметической (геометрической) прогрессии.
11. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула для вычисления суммы.
12. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Функция обратная данной функции.
13. График функции. Возрастающая и убывающая функции. Периодичность, четность, нечетность функции.
14. Основные свойства простейших функций.
15. Тригонометрические функции числового аргумента.
16. Основные тригонометрические тождества.
17. Тригонометрические функции суммы и разности аргументов.
18. Формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму, формулы понижения степени.
19. Формулы приведения.
20. Обратные тригонометрические функции.
21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Уравнение касательной.
22. Нахождение производных элементарных функций. Правила вычисления производных.
23. Достаточные условия возрастания (убывания) функции на промежутке. Точки экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
24. Исследование функций с помощью производной.

### *Геометрия.*

1. Признаки равенства треугольников.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Параллельность прямых. Признак параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.
5. Прямоугольный треугольник. Решение прямоугольных треугольников.
6. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор, сегмент.
7. Окружность, описанная вокруг треугольника и вписанная в треугольник.
8. Признаки и свойства параллелограмма.
9. Прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
10. Теорема Фалеса.
11. Средняя линия треугольника.
12. Теорема Пифагора. Теоремы синусов, косинусов.
13. Формулы площадей треугольника, параллелограмма, трапеции, круга.
14. Параллельность прямых и плоскостей.
15. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямых и плоскостей.
16. Двугранный угол. Трехгранный угол.
17. Призма, параллелепипед, пирамида.

18. Цилиндр, конус, шар.
19. Объемы прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.
20. Площади боковых поверхностей прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, конуса, цилиндра. Площадь сферы.

## 6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Дорофеев Г., Потапов М. Школьный учебник «Математика для поступающих в вузы». 7-е изд. М.: Дрофа, 2005.
- 2) 3000 конкурсных задач по математике. Куланин Е.Д., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. 5-е изд., испр. - М.: Айрис-пресс, 2003.
- 3) Щипкин А.Г., Пинский А.И. справочное пособие по математике с методами решения задач для поступающих в вузы. М.ОНИКС, 2005.
- 4) Задачи по элементарной математике и началам математического анализа. Бачурин В.А. М.: Физматлит, 2005.
- 5) Задачи с параметрами. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Киев: РИА "Текст"; МП "ОКО", 1992
- 6) Звавич Л.И. и др. Алгебра и начала анализа. 3600 задач для школьников и поступающих в вузы. М.: Дрофа, 1999.
- 7) Шарыгин И.Ф. Математика. Для поступающих в вузы: учебн. пособие. М.: Дрофа, 2002.

## 7. ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

1. Упростите выражение  $\sqrt[3]{81} - \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$

1)  $14\sqrt[3]{3}$ ; 2)  $3\sqrt[3]{3}$ ; 3)  $-11\sqrt[3]{3}$ ; 4)  $-11$

2. Вычислите:  $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{4} - 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos 3\pi$

1)  $\sqrt{3}$ ; 2) 1; 3)  $\sqrt{3} - 2$ ; 4)  $-\sqrt{3}$

3. Упростите выражение  $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5}$

1)  $5\log_3 5$ ; 2)  $\log_3 15$ ; 3) 6; 4) 5

4. Найдите значение числового выражения  $\sqrt{16 - \sqrt{31}} \cdot \sqrt{\sqrt{31} + 16}$

1) 10; 2) 15; 3) 12; 4) 5

5. Найдите произведение корней уравнения  $3^{x^2-1} = 243$

1) -6; 2) -4; 3) 4; 4) 6

6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\log_4(x - 5) = \log_{25} 5$

1) (-4; -2); 2) (6; 8); 3) (3; 6); 4) (-8; -6)

7. Найдите произведение корней уравнения  $\log_\pi(x^2 + 0,1) = 0$

1) -1,21; 2) -0,9; 3) 0,81; 4) 1,21

8. Найдите сумму корней уравнения  $3\sin x - \sin 2x = 0$  на промежутке  $(-5\pi; 3\pi)$

1)  $-4\pi$ ; 2)  $-5\pi$ ; 3)  $-9\pi$ ; 4)  $-7\pi$

9. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{x^2 + 5x + 5} = x + 2$

1)  $[3; 5]$ ; 2)  $(1; 3)$ ; 3)  $[0; 2]$ ; 4)  $(-2; 0)$

10. Найдите производную функции  $y = \cos x + x^4$

1)  $y = -\sin x + 4x^3$ ; 2)  $y = -\sin x + 4x^3$ ;

3)  $y = \sin x + x^3$ ; 4)  $y = -\sin x + x^3$

11. Найдите первообразную  $F$  функции  $f(x) = e^x + 4x^3$ , если известно, что  $F(0) = -1$

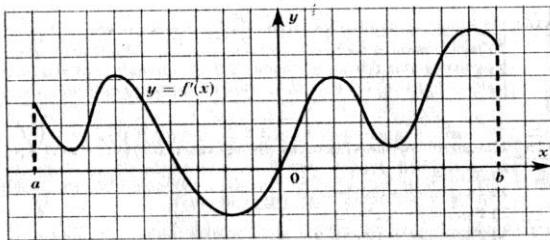
1)  $F(x) = e^x + 3x^4 - 2$ ;

2)  $F(x) = e^x + x^4 - 2$ ;

3)  $F(x) = e^x + 12x^2 - 2$ ;

4)  $F(x) = -e^x + 12x^2$

12. На рисунке изображен график производной функции  $y=f'(x)$ , заданной на отрезке  $[a; b]$ . Исследуйте функцию  $y=f(x)$  на монотонность и в ответе укажите число промежутков возрастания.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4

13. Найдите значение производной функции  $y = x^2 + \sin x$  в точке  $x_0 = \pi$

1)  $\pi^2 - 1$ ; 2)  $2\pi + 1$ ; 3)  $2\pi - 1$ ; 4)  $2\pi$

14. Основания равнобедренной трапеции равны 3м и 8м, а угол наклона при основании  $60^\circ$ . Найдите диагональ.

1) 5м; 2) 7м; 3) 2м; 4) 6м

15. Стороны треугольника равны 12м, 16м и 20м. Найдите его высоту, проведенную из вершины большого угла.

1) 9,6; 2) 1,9; 3) 10; 4) 9

16. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно  $6\sqrt{2}$  м и образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

1) 124; 2) 144; 3) 112; 4) 81

17. Найдите высоту цилиндра наибольшего объема. Который можно вписать в шар радиуса  $2\sqrt{3}$  м.

1) 3; 2) 1; 3) 4; 4) 2

18. Дан правильный тетраэдр ABCD с ребром  $\sqrt{6}$ . Найдите расстояние от вершины AC до плоскости BDC.

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4

19. Сколько корней имеет уравнение  $\left(1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}\right)\sqrt{9 - 4x^2} = 0$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4

20. Третий член арифметической прогрессии равен 25, а десятый равен 4. Найдите сумму первых шестнадцати членов данной прогрессии

- 1) 120; 2) 139; 3) 136; 4) 126

Ответы

<i>№ вопроса</i>	<i>1 вариант</i>
1.	3
2.	2
3.	3
4.	2
5.	1
6.	2
7.	2
8.	4
9.	4
10.	1
11.	2
12.	2
13.	3
14.	2
15.	1
16.	1
17.	3
18.	1
19.	2
20.	3